

6.5 Определение затраты энергии на неравномерность деформаций

Чтобы уменьшить погрешность в вычислении перемещений по формуле (6.21), затраты энергии на неравномерность деформаций можно учитывать, как дополнительную работу. Для этого в расчеты вводят *работу сдвига*.

Для определения работы сдвига рассмотрим осадку круглой заготовки, имеющей центральное отверстие (рис. 6.4). Предположим, что в очаге деформации выделены 2 области – А и В, в которых приращения перемещений – du_z изменяются по координате z (рис. 6.3).

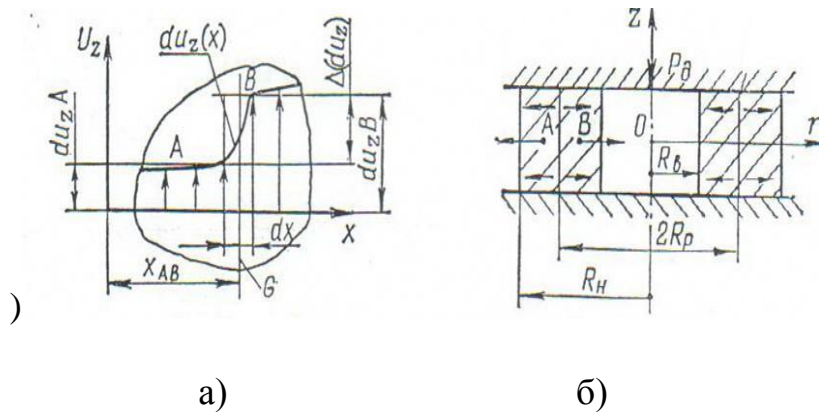


Рисунок 6.4 – Определене работы сдвига при осадке круглой заготовки, имеющей центральное отверстие: а – схема к определению работы сдвига: б – схема осадки кольца

Допусти , что переходная область dx_z (рис. 6.3)стремится к dx , а dx стремится к 0. Тогда на границе двух областей (G) появится разрыв перемещений равный $\Delta(du_z)$, а $du_{z(x)}$ – переходная область сильного изменения du_z на промежутке dx . В каждой из рассматриваемых областей (A,B) примем $du_{zA} = \text{const}$, $du_{zB} = \text{const}$. Тогда на поверхности разрыва, т.е в бесконечно малой области dx введем работу сдвига dA_c .

$$dA_c = \iint \tau_s * |du_{zB} - du_{zA}| * dG \quad (6.23)$$

Подставляем работу сдвига в формулу (6.14)

$$P_{\partial} = \frac{1}{du} \cdot (dA_{\partial} + dA_T)$$

определения усилия деформации.

Т.к. очаг деформации состоит из нескольких областей, то перепишем формулу (6.14) с учетом dA_T , получим

$$Pg = \frac{1}{du} \left[\sum_{n=1}^H \iiint \sigma_s d\varepsilon_i dV + \varepsilon \iint_{m=1} \tau_k \sqrt{du_k^2 + du_l^2} dF + \varepsilon \iint_{n=1} |du_k + du_l| d\sigma \right] \quad (6.24)$$

где k,l – координаты (x,y,z,p,θ)

H – количество областей, на которые разбит очаг деформации

M – количество поверхностей трения, где рассчитывается работа dA_t

N – количество поверхностей разрыва перемещений

Полученное уравнение (6.24) является *первым основным уравнением энергетического метода*.

По формуле (6.24) можно :

- определить усилие деформации;
- проанализировать конечное формоизменение;
- усилие P_g , которое зависит от значения R_p -радиуса, определяющего раздел течения металла.

Общий вид формулы определения усилия деформации может быть записан, как

$$Pg = F(\sigma_s, \mu, R_H, R_B, H, R_p) \quad (13) \quad (6.25)$$

В котором $\sigma_s, \mu, R_H, R_B, H$ - const, а R_p - переменная величина

Следовательно, активная сила деформирования $P_g = F(R_p)$

Подставляя различные значения R_p , строим кривую в координатах $P_g - R_p$

Поверхность раздела течения определяется по формуле, с помощью определения экстемума.

$$\frac{\partial P_g}{\partial R_p} = 0 \quad (14) \quad (6.26)$$

Формула (6.26) второе основное уравнение энергетического метода.

Уравнение (6.25) может быть записано в скоростях, если каждое приращение перемещений $\frac{du_i}{dt} = V$, то получим компоненты скоростей перемещений частиц деформированного тела, а $\frac{du}{dt} - V_0$ – скорость перемещения деформирующего инструмента, т.е скорость деформирования.

Тогда в формуле вместо ε_i ,будет $\dot{\varepsilon}_i$, вместо $u_k, u_b - V_k, V_i$, тогда получим

$$Pg = \frac{1}{V_0} \left[\sum_{n=1}^H \iiint_V \sigma_s \dot{\varepsilon}_i dV + \sum_{m=1}^M \iint_F \tau_k \sqrt{v_k^2 + v_l^2} dF + \sum_{n=1}^N \iint_G \tau_s |v_k + v_l| dG \right] \quad (6.25a)$$

Где $\dot{\varepsilon}_i$ - интенсивность скоростей деформации (см. подраздел 1.4); v_k, v_l - компоненты скоростей перемещения частиц деформируемого тела (составляющие поля скоростей). Остальные обозначения такие же, как и в уравнении (6.25).

6.6 Метод верхней оценки

Метод верхней оценки (МВО) относится к энергетическим вариационным методам. Он используется для задач 1 и 3 класса. Метод верхней оценки применительно к плоской деформации разработали В. Джонсон и Х. Кудо.

Сущность МВО заключается в том, что предполагаемый очаг пластической деформации представляется в виде жестких (недеформируемых) блоков (треугольников по В. Джонсону), скользящих один относительно другого и по границам с жесткой зоной. Тем самым действительное поле линий скольжения заменяют полем, состоящим из прямолинейных отрезков, образующих треугольники. Вдоль границ блоков – сторон треугольников – компоненты скоростей перемещений претерпевают разрывы. Внутри каждого блока поле скоростей однородно, т.е. вектор скорости для всех точек данного блока один и тот же. Такое разбиение очага на блоки называется кинематически возможным полем скоростей (КВПС, рис. 6.4).

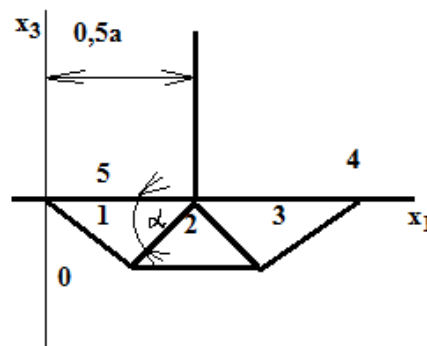


Рисунок 6.4 - Разбиение заготовки на блоки при решении задачи о внедрении пуансона в полупространство по методу Хилла.

На этом основании этого разбиения строят поле скоростей (голограф скоростей, рис 6.5), которое при правильном построении всегда является кинематически возможным [2].

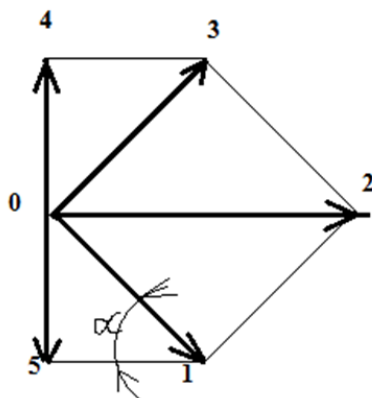


Рисунок 6.5 – годограф скоростей для задачи о внедрении пуансона в полупространство оп методу Хилла.

«*Годограф скоростей* – это векторная диаграмма, построенная из одной точки (полюса) и показывающая скорости определенных точек или областей деформируемого тела».

Вдоль границ между блоками касательные напряжения, возникающие при скольжении блоков, являются максимальными $\tau_n = k$. На свободных поверхностях, $\tau_n = 0$, а на контактных принимают в диапазоне от $\tau_n = \mu_s \times \sigma_s^*$ до предельного значения $\tau_n = k$.

При решении задачи принимается жесткопластическая модель твердого тела.

Поскольку блоки приняты жесткими, усилие деформирования определяют на основании энергетического подхода.

Мгновенная мощность внутренних сил, включая контактное трение, выразится уравнением вида

$$w = \sum \tau_n u_n l_n b_n, \quad (6.23)$$

где u_n – скорости скольжения вдоль границ треугольных участков, а l_n – длины сторон треугольников при плоской деформации, b_n – длина проекции площадки контакта (в направлении оси y).

Мощность развиваемая деформирующей силой P

$$w_A = P u_0, \quad (6.24)$$

где u_0 – скорость движения рабочего органа (скорость деформирования).

Приравнивая уравнения (6.23) и (6.24), решая полученное выражение относительно P , получим

$$P_\partial = \sum \tau_n u_n l_n b_n / u_0. \quad (6.25)$$

Длины сторон треугольников (l_n)- линии разрыва, определяются из геометрических соотношений для построенных жестких блоков в физической плоскости. Для этого каждому блоку присваивается цифра. Неподвижная область обозначается «0», а подвижный инструмент «1».

Скорости скольжения блоков (\dot{u}_n) определяются из годографа скоростей, построенного для выбранных жестких блоков.

Для решения технологических задач применяется формула (6.25) в виде

$$P_\partial = \frac{1}{V_0} (\sum_{m=1}^M \tau_{k\Box} v_k F_k + \sum_{n=1}^N \tau_{s\Box} v_c F_c) \quad (6.26),$$

где v_0 – скорость перемещения инструмента;

v_k – скорость перемещения инструмента;

v_c – скорость скольжения элемента по контактной поверхности инструмента;

τ_s – предел текучести на сдвиг деформируемого материала;

τ_k – контактное касательное напряжение;

F_c, F_k – площади поверхностей относительного сдвига отдельных элементов и контактной поверхности соответственно;

N, M – количество поверхностей сдвига и контактных поверхностей.

Выразим τ_k и τ_s через постоянную пластичности – k . Вынесим k за скобку и разделим обе части формулы (6.26) на $2k$, получим формулу для определения безразмерного удельного усилия вида

$$\frac{P_d}{2k} = f(v_k F_k, v_c F_c) \quad (6.27).$$

Если для расчета принять достаточное количество жестких треугольников, то используя минимизацию усилия деформации по углу наклона элементов, по размерам линий разрыва или по относительной деформации можно получить удовлетворительную точность решения (на 10...20% превышающее усилие, полученное методом линий скольжения).

При использовании метода верхней оценки для решения задач ОМД накладываются следующие ограничения:

- 1) на область применения метода:
 - преимущественно для плоских и осесимметричных задач;
- 2) на методику решения задач:
 - для решения необходимо выполнить большой объем графических построений;
 - необходимо составлять сложную программу для ЭВМ и долго её отлаживать.
- 3) на результаты решения:
 - учет упрочнения осредненной оценкой

Пример решения технологической задачи методом верхней оценки

Рассмотрим прессование полосы через клиновую матрицу. В силу симметрии задачи рассмотрим половину полосы ABCDOE. Выделим очаг деформации в виде треугольной области BCQ. Точку Q возьмем на оси z , произвольным образом. Ее положение можно однозначно задать, например

углом γ , а угол β выразить через γ и размеры матрицы $\beta = \arctg[b_0/l_2 \cos \alpha - b_0 \operatorname{ctg} \gamma]$.

I-пуансон

II-матрица

III-заготовка

IV-готовое изделие

V-область пластической деформации

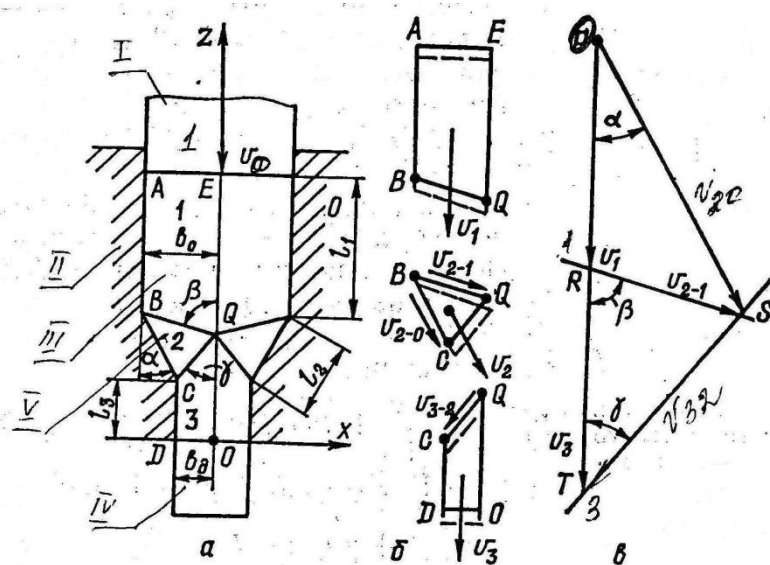


Рис. 1 Расчетная схема прессования полосы через клиновую матрицу (а),

кинематически возможные перемещения отдельных областей заготовки (б) и годограф скоростей (в)

Цифрами обозначены: **0**-жесткая неподвижная зона; **1**-подвижная зона, перемещающаяся с инструментом; **2,3**-блоки, границы между зонами и 2-мя блоками-линии разрыва скоростей обозначаются 2-мя цифрами. **12**-граница между зоной 1 и блоком **2**. **02**-контактная поверхность.

Мысленно разделим деформируемую заготовку на отдельные области $EABQ$, BCQ и $CDQE$ (рис. 1,б), определим кинематически возможные перемещения каждой из

них (на рис. Перемещения показаны пунктиром) и построим годограф скоростей (рис. 1,в)

Построение годографа скоростей

Из полюса O проведем вектор OR , численно равный области движения 1 – скорости движения инструмента. (V_0). Область 2 движется относительно области 1 со скоростью $V_{21} \parallel BQ$ и относительно области 0 со скоростью $V_{20} \parallel BC$. Скорость V_{20} – это абсолютная скорость $\Delta 2$.

На годографе отрезок $OR = V_0$ – скорость движения области 2 совместно с обл. 1, $OS = V_{20}$ – скорость скольжения обл. 2 на матрице.

Анализ движения области 3.

Область 3 движется совместно с обл. 2 со скоростью V_{20} и относительно обл. 2 со скоростью V_{32} . Вектор скорости V_{30} – абсолютная скорость обл. 3 $\parallel CD$ – скорость выдавливания металла из матрицы.

На годографе углы $ROS = \alpha$; $SRT = \beta$; $STR = \gamma$

Векторы V_{20} , V_{21} , V_{32} , V_{30} определяются через вектор V_0 и углы α, β, γ .

Примем ширину полосы $ABCD OE$ (размер в направлении оси y) равной 1. По формулам (2) определим верхнюю оценку усилия.

$$P_{\partial} = \frac{1}{RP} \left(\frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} 1 \cdot BQ \cdot RS + \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} 1 \cdot CQ \cdot TS + \mu \sigma_s \cdot 1 \cdot AB \cdot PR + \mu \sigma_s \cdot 1 \cdot CB \cdot PS + \mu \sigma_s \cdot 1 \cdot CD \cdot PT \right).$$

Величина P_{∂} зависит от положения точки Q (углов β и γ). Поэтому необходимо выполнить анализ уравнения (А) на экстремум и взять наименьшее из всех

возможных значений. Углы β, γ выступают в роли варьируемых параметров. В рассматриваемой задаче только один из углов (β или γ) независим.

В задачах усилие деформирования определяется с помощью анализа уравнения (2)

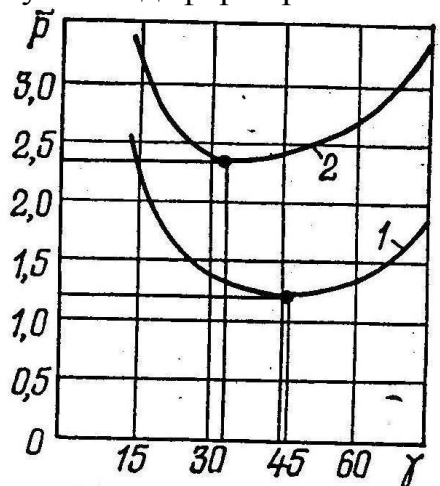


Рис. 2 Зависимость относительного удельного усилия прессования полосы \bar{p} от угла γ :
1 — $\mu = 0,1$; 2 — $\mu = 0,5$

на экстремум, т.к. $P_{\partial} = f(\beta; \gamma; l_{12}; l_{23})$, где в скобках различные варьируемые параметры, это метод относится к вариационным.

Если для расчета принять достаточное количество жестких Δ -ов, то, используя минимизацию усилия деформации по углу наклона элементов, по размерам линий разрыва или по относительной деформации можно получить

удовлетворительную точность решения на 10...20% превышающее усилие, полученное методом линейной связи.

Определение формоизменения МВО

МВО позволяет анализировать только силовой режим и простейшие задачи формоизменения (из условий постоянства объемов) из-за разрывного поля скоростей рассмотрим схему внедрения..... в полупространство.

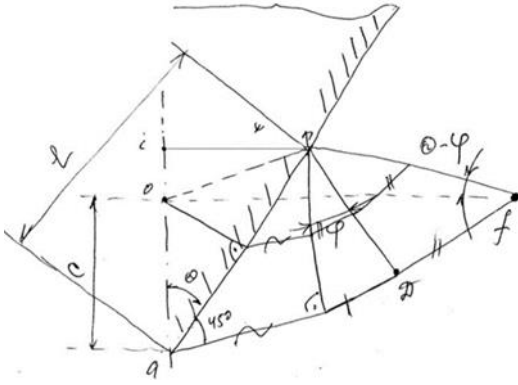


Рис. 1. Внедрение индентора в полупространство – расчетная схема

Внедрение индентора характеризует нестационарное течение.

Внедренная часть клина Oka занимает область A вытесняемого металла. Из условия несжимаемости $\Delta Oka = \Delta Onf$, основания $an = nf = l$. Высоты треугольников тоже равны.

Из равенства высот: $c \sin \theta = l \cos \psi - c \cos(\theta - \psi)$ (1)

Из рисунка 1,б.: $a0 + 0i = an \cdot \cos \theta$

Или: $c + l \sin(\theta - \psi) = l \cdot \cos \theta$ (2)

Из равенства (1) исключаем c/e , получим после преобразования

$$\cos(2\theta - \psi) = \frac{\cos \psi}{1 + \sin \psi} \quad (3)$$

Из уравнения (3) следует, что угол ψ определяется через угол θ и не зависит от глубины внедрения пуансона. Значит в процессе внедрения сохраняется подобие области пластической деформации. Такие процессы называются псевдостационарными

