

## **Тема 5. Основные законы пластической деформации**

*Закон постоянства объема* - объем тела до деформации практически равен объему тела после деформации. Этот закон используют для определения размеров заготовок, предназначенных для обработки давлением.

*Закон наименьшего сопротивления* – в случае возможности перемещения точек деформируемого тела в различных направлениях каждая точка этого тела перемещается в направлении наименьшего сопротивления. Закон позволяет определить, какие размеры и форму поперечного сечения получит заготовка с тем или иным сечением в процессе обработки давлением.

*Закон сдвигающего напряжения* – пластическая деформация может начаться только в том случае, если сдвигающие напряжения, возникающие в деформируемом теле, достигнут определенной величины, зависящей от природы тела и условий деформирования.

*Закон подобия* – при осуществлении в одинаковых условиях одних и тех же процессов пластического деформирования геометрически подобных тел из одинаковых материалов отношение усилий деформирования равно квадрату, а отношение работ – кубу отношений соответствующих линейных размеров. Этот закон основан на принципе моделирования и позволяет приближенно определить усилия и работы деформирования.

### **5.1. Закон наименьшего сопротивления**

*Закон наименьшего сопротивления* формулируется следующим образом «Любая материальная частица деформируемого тела, имеющая несколько кинематически возможных направлений перемещения, движется в направлении наименьшего сопротивления».

Следствием закона является принцип минимума полной энергии деформации, который используется в энергетических и вариационных методах решения задач. Примером, реализующим закон наименьшего сопротивления, является образование заусенца при штамповке в открытом штампе (рис. 5.1).

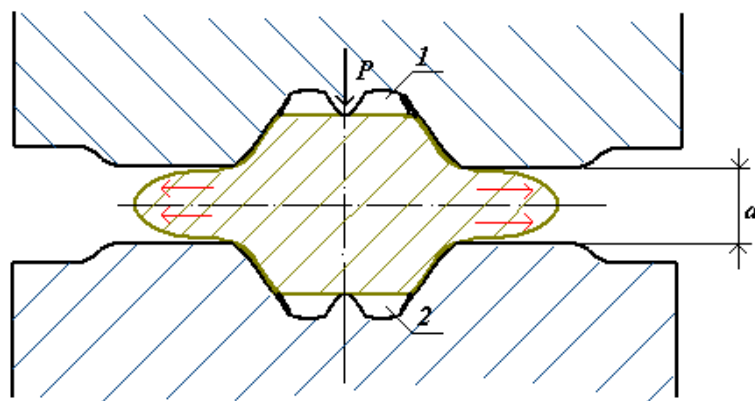


Рисунок 5.1 - Штамповка поковки круглой в плане в открытом штампе с образованием заусенца: а) зазор между верхней и нижней части штампа; 1, 2 – труднодеформируемые участки.

При таком типе штамповки в первую очередь происходит вытекание металла в зазор между верхней и нижней частями штампа, т.е. в облойную канавку. Эта часть штампа не имеет стенок, и такая поверхность является свободной. При дальнейшем перемещении инструмента, зазор между двумя частями штампа уменьшается, сопротивление деформированию увеличивается и начинается заполнение труднодоступных участков. Это происходит, когда сопротивление деформированию ( $\sigma_s$ ) в облойной канавке становится больше него в остальных участках штампа.

Заполнение верхних (1) и нижних (2) углов штампа начинается, когда  $\sigma_s$  в облое становится больше  $\sigma_s$  в металле находясь в полости штампа.

При осадке круглой цилиндрической заготовки на плоских бойках, при контактном трении  $\mu = 0$ , перемещение частиц металла в плоскости параллельной плоскости бойков будет происходить равномерно по кратчайшей нормали к боковой поверхности такой заготовки. Такое перемещение частиц объясняется *принципом кратчайшей нормали*.

По этому принципу «перемещение любой точки тела в плоскости перпендикулярной к действию внешней силы, происходит по кратчайшей нормали к периметру сечения».

Рассмотрим принцип кратчайшей нормали на примере осадки призматической заготовки между плоскими шероховатыми плитами, когда на контактных поверхностях  $\mu = 0,5$  (рис.5.2).

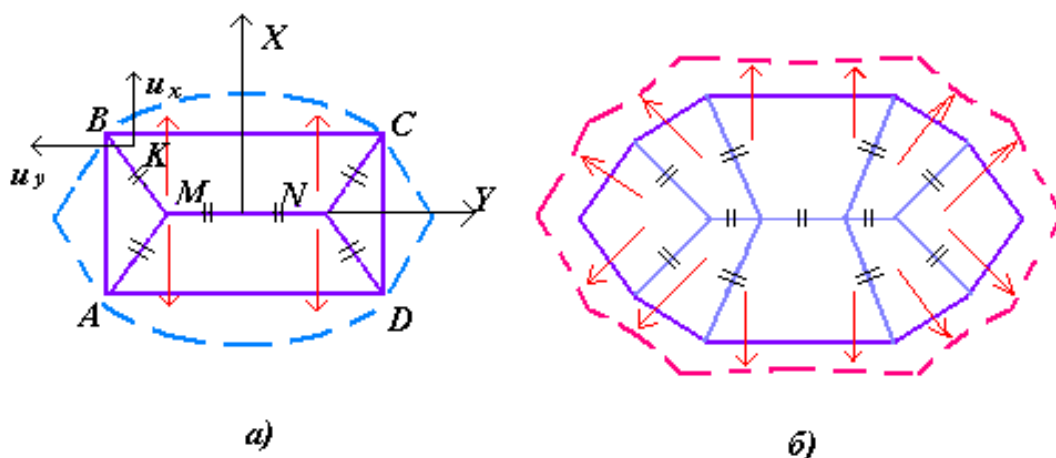


Рисунок 5.2 - Этапы преобразования контура призматической заготовки при осадке на плоских бойках: а)- первый этап; б)-второй этап;

- исходный контур;
- контур после этапа деформации;
- >- линия раздела течения;
- направление наименьшего сопротивления.

Выделим в сечении заготовки или на поверхности материальную частицу К, кинематически возможные перемещения которой  $U_x$  и  $U_y$ . Так как точка К лежит ближе к контурной линии ВС, чем к ВА, согласно закону наименьшего сопротивления, действительным перемещением будет являться перемещение  $U_x$ .

В сечении ABCD имеются 4 зоны, разделенные линиями АМ, МВ, VN, ND. Они являются линиями раздела течения. В пределах каждой зоны перемещения всех точек будет одинаковыми по направлению и знаку.

Все точки, лежащие правее ВМ будут перемещаться по направлению нормали к ВС, а левее – к АВ.

В следствие этого при значительной деформации прямоугольный контур заготовки преобразуется в эллипс, а квадратный в окружность. Это называется *принципом наименьшего периметра*. Этот принцип соблюдается при большом

влиянии сил трения, когда  $\mu \rightarrow 0,5$ , а контактное касательное напряжение является максимальным,  $\tau_k = K$ .

Следовательно, можно сказать, что при контактном трении равном 0 ( $\mu=0$ ), контур исходной заготовки преобразуется в геометрически подобный.

Из закона наименьшего сопротивления вытекает принцип минимума полной энергии деформации (энергетический, вариационный метод).

## 5.2 Принцип минимума полной энергии деформации

«Действительная форма равновесия тела отличается от всех возможных форм тем, что сообщает полной энергии минимум значения».

Для подтверждения этого принципа рассмотрим варианты осадки цилиндрических заготовок на плитах, имеющих сквозные и глухие отверстия (рис. 5.3 а, б, в).

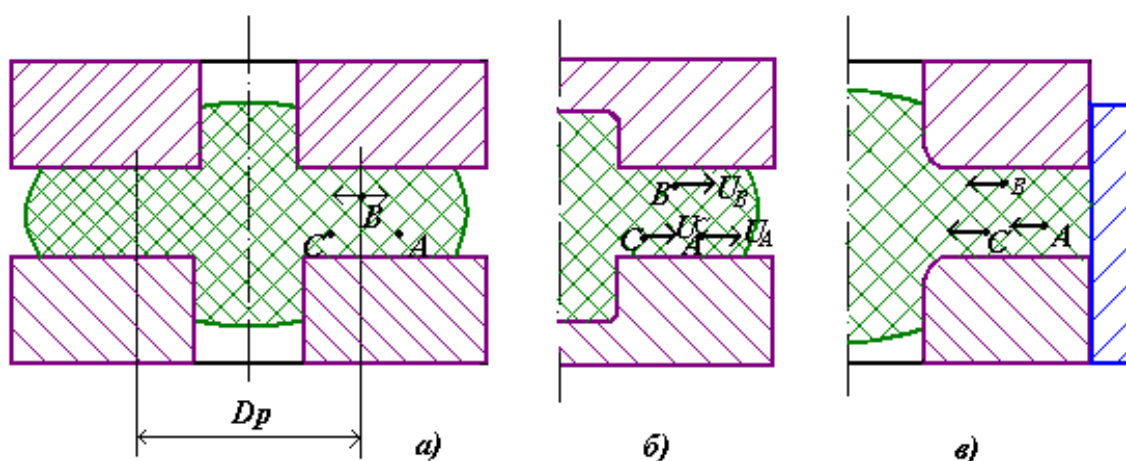


Рисунок 5.3 - Схема осадки цилиндрической заготовки на плитах с отверстиями: а)- нестесненная деформация с двумя степенями свободы течения; б) и в)- стесненная деформация с одной степенью свободы течения.

При осадке заготовки перемещается только верхняя плита на некоторую одинаковую бесконечно малую величину  $\Delta h$ . При такой схеме, когда омеются 2 свободных поверхностей кинематически возможные направления перемещения частиц А, В и С являются их радиальные перемещения. Часть металла перемещается от центра к периферии ( $U_{rA} > 0$ ), а часть наоборот ( $U_{rC} < 0$ ). Деформация в том случае характеризуется 2-мя степенями свободы.

Материальные частицы, для которых  $U_r = 0$  (точка В) образуют поверхность, называемую *поверхностью раздела течения*. Для осадки в кольцах эта поверхность цилиндрическая диаметром  $D_p$ . Такая деформация характеризуется двумя степенями свободы течения.

Рассмотрим другую схему осадки заготовки, когда на свободной поверхности заготовки изменяются граничные условия. В схеме (рис. 5.3б) в верхней плите отверстие будет глухим, а свободной будет боковая поверхность. А в схеме (рис. 5.3в) ограничения перемещению будут с боковой поверхности. Тогда, в схеме (рис. 5.3б) кинематически возможным будет перемещение от центра к периферии ( $U_{rA,B,C} > 0$ ), а в схеме (рис. 5.3в) кинематически возможным станет перемещение от периферии к центру ( $U_{rA,B,C} < 0$ ). Такая деформация характеризуется одной степенью свободы течения.

В схеме (рис. 5.3а) при деформации с двумя степенями свободы течения частица А перемещаясь от центра к периферии получит направление наименьшего сопротивления. В схемах (рис. 5.3б, в, б) наличие связей различных частиц тормозит перемещение частицы А, следовательно, ее перемещение не будет соответствовать движению в сторону наименьшего сопротивления.

Поэтому при деформации по схемам (рис. 5.3б, в, б) на перемещения  $\Delta h$  будет затрачиваться большая работа и большее усилие, чем при деформации по схеме (рис. 5.3а) с двумя степенями свободы течения. Следовательно, уменьшение степеней свободы перемещения увеличивает работу деформации. На основании проведенного анализа можно сделать вывод, что силовой режим с характером формоизменения связан функцией вида

$$A_o = f(D_p), \quad (5.1)$$

где  $A_o$  – работа внешней деформирующей силы на перемещении  $\Delta h$ .

Исследуя эту функцию (5.1) на экстремум, можно определить  $D_p$  соответствующий минимуму  $A_o$ .

При теоретическом анализе, разработке технологических процессов, проектировании инструмента следующим образом. Так, например: учитывается закон наименьшего сопротивления, например: для получения круглых в плане поковок ковкой или штамповкой, с применением операции предварительной осадки, в качестве исходной заготовки можно применять прокат как круглого, так и квадратного сечения; при протяжке для повышения эффективности вытяжки необходимо ограничивать подачу, т.е. укоротить очаг деформации.

### 5.3 Неравномерность деформации в процессах ОМД

В реальных полукристаллических телах деформация всегда неравномерна из-за того, что в каждом зерне (кристаллите) плоскости и направления скольжения ориентированы по-разному. Но, если деформируемый объем геометрически значительно больше объема отдельных кристаллитов, то квазиравномерную пластическую деформацию принимают равномерной.

*Равномерной называется пластическая деформация, показатели которой не зависят от координат. Следовательно, на основании этого определения можно сделать вывод, что так как интенсивность деформаций  $\varepsilon_i$ , определяемая по формуле*

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)},$$

не зависит от выбора координат, то она также постоянна по всему объему деформируемого тела.

Примером равномерной деформации является осадка цилиндрической заготовки на плоских бойках при отсутствии трения. Для этого процесса все показатели по всему объему заготовки одинаковы.

Большинство процессов ОМД характеризуется неравномерностью деформации. Причиной возникновения неравномерной деформации являются геометрические и физические факторы.

Влияние геометрических факторов рассмотрим на примере поперечной осадки цилиндрической заготовки диаметром  $D$  на плоских бойках. Для этого определим неравномерность абсолютной деформации по формуле

$$\Delta H = H_0 - H_K. \quad (5.2)$$

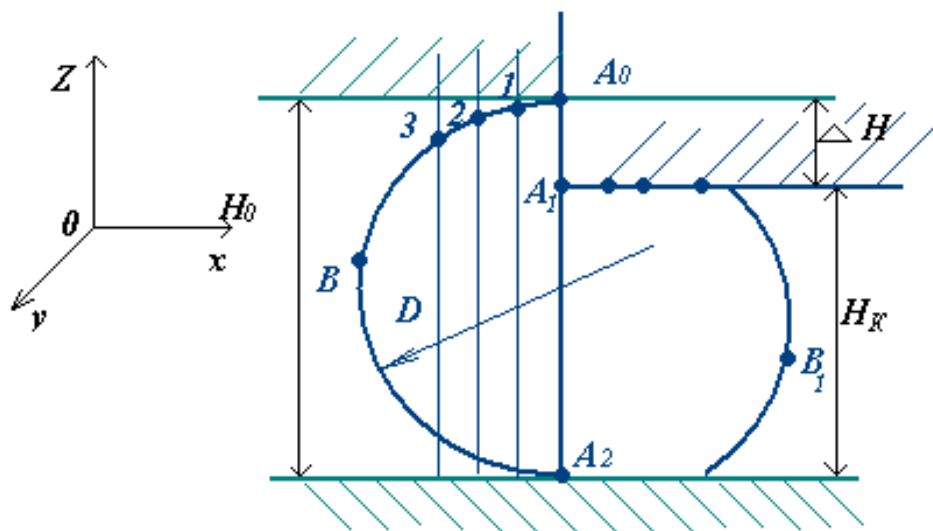


Рисунок 5.4 - Поперечная осадка цилиндра (слева заготовка до деформации, справа – после деформации)

Так как заготовки имеют форму отличную от формы инструмента, то абсолютная деформация в различных вертикальных сечениях цилиндра будет неодинакова. В сечении  $A_1-A_2$  – деформация в направлении оси  $Z$  максимальная. В окрестностях частицы  $B$  – деформация отсутствует, так как эта частица совершает только поступательное перемещение. Из-за разности абсолютной деформации не одинаковой будет и относительная деформация –

$$\varepsilon = \frac{\Delta H}{H_0} \quad (5.3)$$

Кроме разницы абсолютной деформации, в процессах ОМД могут быть различны только относительная деформация при одинаковой абсолютной деформации или (рис.5.5). Например, при осадке заготовки, имеющей торцевые углубления, на конусных бойках.

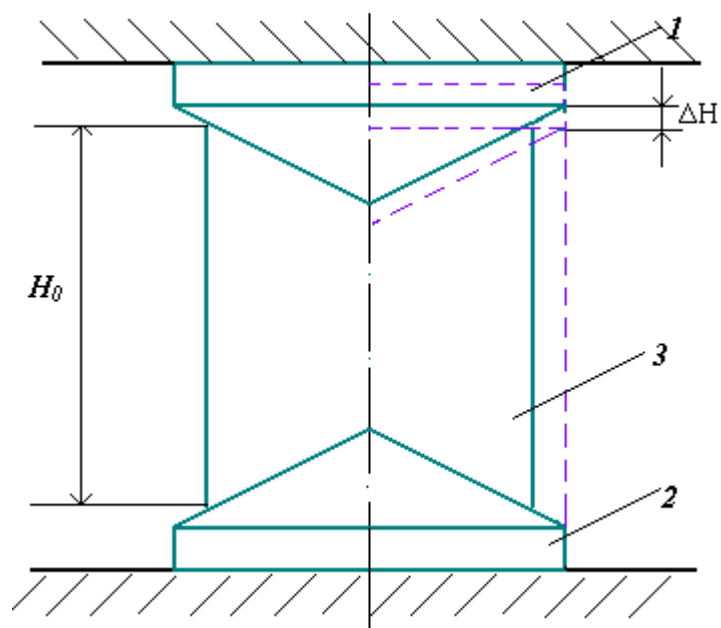


Рисунок 5.5 - Осадка заготовки сторцевыми углублениями на конусных бойках: 1,2 – верхний и нижний бойки; 3 – заготовка.

При такой схеме деформирования на конусных бойках форма заготовки полностью соответствует форме инструмента, так как в этом случае заготовка перед осадкой имела подготовленную поверхность. Абсолютная деформация во всех вертикальных сечениях будет одинаковая. Но относительная деформация, рассчитанная по формуле (5.3) переменная из-за особенности формы бойков (различной высоты  $H_0$ ), хотя заготовка во всех вертикальных сечениях получает одинаковое обжатие  $\Delta H$ .

По радиусу заготовки относительная деформация тоже будет являться переменной.

В процессах *листовой штамповки* (например, при пластическом изгибе), волокна получают различную деформацию не только по величине, но и по знаку (рис. 5.6).



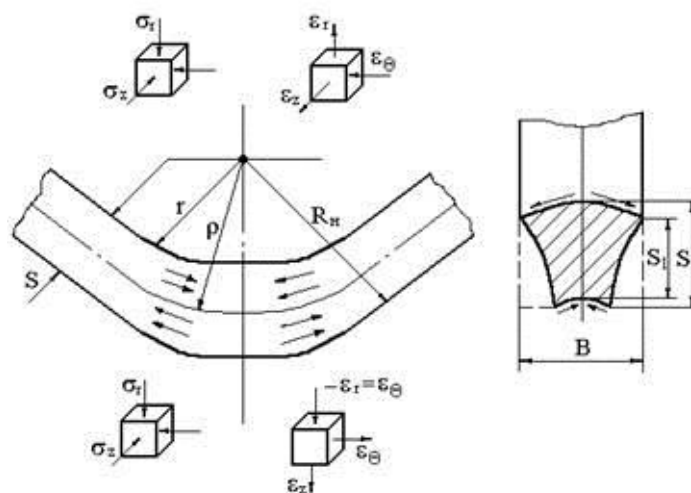


Рисунок 5.6 – Схема напряженно-деформированного состояния при гибке листового материала

При изгибе плоской листовой заготовки часть слоев получает удлинение за счет их растяжения в тангенциальном направлении, а другая часть в этом же направлении получает укорочение, т.е происходит сжатие.

В любой момент деформирования при этом имеется поверхность, разделяющая эти 2 зоны, которая в процессе деформирования меняет свое положение. Такая *поверхность называется нейтральной*. Вследствие этого деформация является неравномерной по сечению

При разделительных операциях (резка, рубка, вырубка, пробивка) очаг деформации охватывает узкую область вблизи режущих кромок инструмента, (рис 5.7).

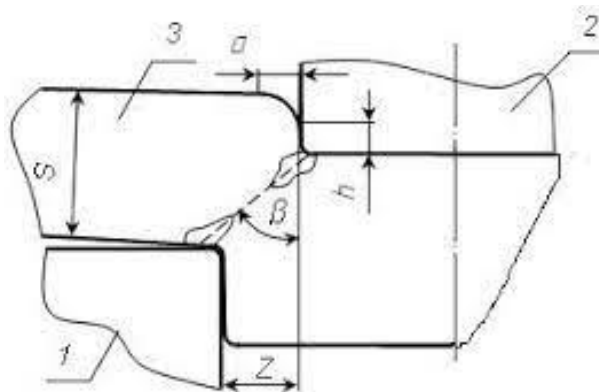


Рисунок 5.7 – Области пластической деформации при разделительных операциях.

Пятно контакта заготовки с инструментом охватывает узкую область вблизи режущих кромок инструмента. Величина очага деформации будет зависеть от размера поверхности контакта.

Интенсивность деформаций  $\varepsilon_i$ , будет иметь самое высокое значение на границе очага пластической деформации, вследствие чего произойдет разрушение заготовки.

Влияние **физических факторов** на неравномерность деформаций в процессах ОМД. К физическим факторам относится фактор трения на контактной поверхности, температурный режим деформирования, скорость деформирования. Влияние последних двух факторов было рассмотрено в разделе 4.10 и 4.1.

Для оценки влияния физических факторов рассмотрим осадку цилиндрической заготовки на плоских шероховатых бойках, когда контактное касательное напряжение  $\tau_K = K$ , а  $\mu = 0,5$  (рис. 5.8)

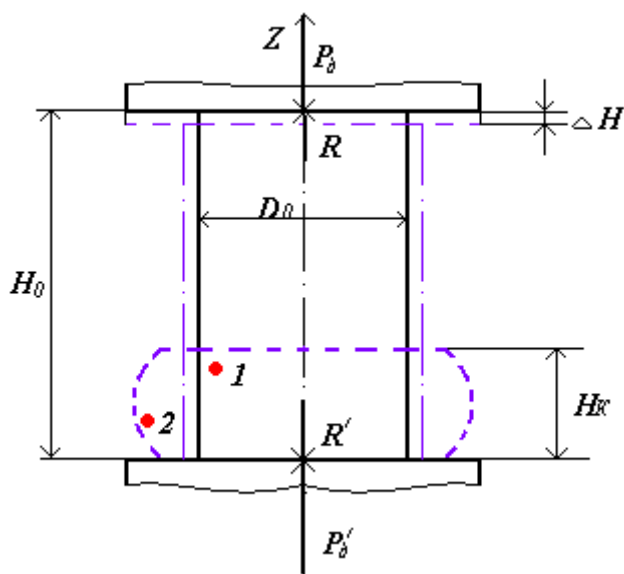


Рисунок 5.8 - Осадка цилиндрической заготовки на шероховатых плоских бойках.

Согласно схеме процесса (рис. 5.8) форма заготовки соответствует форме инструмента и все вертикальные сечения заготовки получают одинаковые абсолютные (5.2) и относительные деформации -  $\varepsilon_n$  (5.3). Но в этом случае деформация распределена неравномерно: вблизи торцев (точка 1) локальная относительная деформация определяется соотношением

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} < \varepsilon_{cp} = \varepsilon_n,$$

и является значительно меньше  $\varepsilon_{cp}$ .

В этой формуле  $u_z$  перемещение частицы в направлении оси  $z$ , а  $\varepsilon_{cp}$  – средняя деформация по объему. В средней части (точка 2) деформация  $\varepsilon_z$  значительно больше  $\varepsilon_{cp}$ . Кроме того, в радиальном направлении точки 1,2 тоже имеют разную относительную деформацию.

Неравномерность деформации объясняется наличием трения на контактной при холодной пластической деформации поверхности, которое изменяющем схему напряженного состояния по сечению заготовки. В результате этого приконтактные слои не переходят в 1-ое предельное (переход от упругой деформации к пластической) состояние и деформируются незначительно.

При деформации с нагревом на неравномерность деформации оказывает влияние подстуживание терцев.

#### 5.4. Количественная оценка неравномерности деформаций

Количественная оценка неравномерности деформаций производится по коэффициенту неравномерности деформаций –  $k_H$ , который рассчитывается по формуле

$$k_H = \frac{\varepsilon_{л}}{\varepsilon_{cp}},$$

где  $\varepsilon_{л}$  – относительная локальная деформация,  $\varepsilon_{л} = \frac{\Delta a}{a}$ ;

$\varepsilon_{cp}$  – относительная средняя деформация,  $\varepsilon_{cp} = \frac{\Delta A}{A}$ ;

$A$  – габаритный размер заготовки (ширина, длина, высота);

$a$  – база координатной сетки (толщина, шаг винта);

$\Delta A, \Delta a$  – приращение соответствующих размеров.

Определим коэффициент неравномерности деформаций для процесса осадки цилиндрического образца (рис 5.9) при коэффициенте трения  $\mu > 0$ .

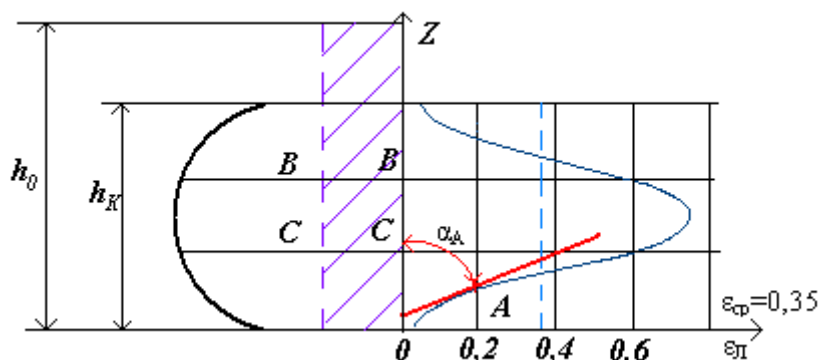


Рисунок 5.9 - Изменение показателя относительной локальной деформации по высоте при осадке цилиндрического образца между параллельными шероховатыми плитами (слева процесс осадки цилиндрического образца, справа результаты расчета локальной относительной деформации)

По результатам расчетов коэффициент неравномерности деформации по высоте в сечении, прилегающем к торцам, в области затрудненной деформации, изменяется в диапазоне

$$0 < K_H < 1$$

В средней части образца, между сечениями В-В и С-С в области интенсивной деформации изменяется

$$1 < K_H < 2$$

Кроме оценки неравномерности деформаций по коэффициенту неравномерности деформации, ее оценку производят по *градиенту неравномерной деформации*.

Для этого, по координатной сетке, нанесенной на образец, определяется относительная локальная деформация, показывающая изменение ячеек после осадки.

$\varepsilon_{л} = \frac{\Delta a}{a}$  в вертикальном и горизонтальном направлениях.

По результатам измерений  $\varepsilon_{л}$  строится график изменения локальной деформации по высоте заготовки. После этого выбирается координата, например точка А (рис. 5.9), и через  $\tan$  угла наклона кривой  $\varepsilon_{л} = f(K)$  к оси  $K$  определяется  $\Gamma_H$ .

Например,  $tg \alpha_A$  в точке А (на рис. 5.9) к оси Z. определяется

$$\Gamma_H = \frac{\partial \varepsilon_L}{\partial K}$$

где:  $K$  – координата, вдоль которой исследуется деформация ( $K$  принимает значения  $x, y, z$  в прямоугольной или  $r, \theta, z$  в цилиндрической системах координат);